

Демонстрация свободных колебаний груза на нити

Цель работы

Целью работы является демонстрация зависимости ускорения тела, совершающего колебания на нити, от времени.

Метод экспериментального исследования явления

В работе с помощью трехкоординатного датчика ускорения измеряются нормальная и тангенциальная составляющие ускорения тела, подвешенного на нити и совершающего колебания в вертикальной плоскости.

Теория

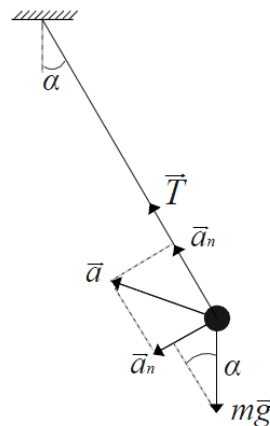


Рис. 1. Силы, действующие на тело, совершающее колебания на нити

Рассмотрим тело небольших размеров, подвешенное на легкой нерастяжимой нити. Будем полагать, что влиянием сил сопротивления, действующих на тело, можно пренебречь. Если отклонить тело от положения равновесия и отпустить, то оно придет в движение под действием сил, изображенных на рисунке 1, где mg — сила тяжести (m — масса тела), а T — сила натяжения нити. Разложим ускорение a тела на две составляющие — одну, направленную вдоль нити a_n (нормальную), и другую, идущую перпендикулярно к ней по касательной к траектории a (тангенциальную). В проекциях на неподвижные координатные оси, одна из которых направл на в данный момент времени по нормали к траектории тела (вдоль нити), а другая — по касательной к его траектории, уравнения движения тела (согласно второму закону Ньютона) имеют вид $ma_n = T - mg \cos \alpha$, $ma_\tau = -mg \sin \alpha$, где a_n и a_τ — соответственно нормальная и тангенциальная проекции ускорения тела; α — текущее значение угла отклонения нити от вертикали.

Для нахождения зависимости нормальной составляющей ускорения a_n тела, подвешенного на нити, от угла отклонения нити от положения равновесия воспользуемся законом сохранения энергии. Согласно этому закону полная механическая энергия тела при его движении из положения максимального (амплитудного) отклонения нити от положения равновесия (угол отклонения α_0) в текущее положение (угол отклонения α) остается неизменной:

$$\frac{mv^2}{2} = mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

Здесь v — скорость тела в текущий момент времени; l — длина нити. Нормальную составляющую ускорения

можно найти, если разделить квадрат скорости тела на длину нити: $a_n = \frac{v^2}{l}$. Подставляя это выражение

в уравнение закона сохранения энергии, получаем $|a_n| = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$

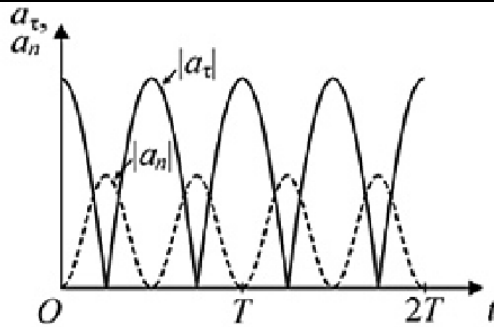


Рис. 2. Зависимости модулей нормальной (штриховая линия) и тангенциальной (сплошная линия) составляющих ускорения тела от времени

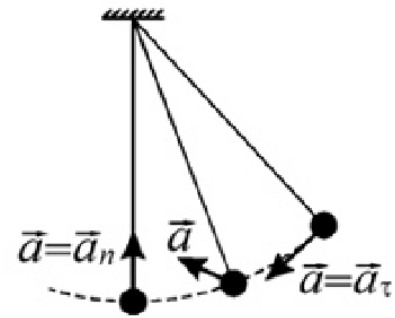


Рис. 3. Ускорение тела, совершающего колебания на нити

Зависимость модуля тангенциальной составляющей ускорения τ тела от угла отклонения нити можно найти как $|a_{\tau}| = g |\sin \alpha|$

Поскольку $a(t)$ — периодическая функция времени, зависимости $|a_n(t)|$ и $|a_{\tau}(t)|$ также являются периодическими. Ожидаемые зависимости модулей составляющих ускорения тела от времени изображены на рисунке 2 (T — период колебаний тела).

Таким образом, модуль и направление ускорения тела, совершающего колебания на нити, периодически изменяются во времени (рис. 3). В моменты времени, когда достигается максимальное отклонение нити от положения равновесия, ускорение тела направлено по касательной к траектории (перпендикулярно нити). При прохождении телом положения равновесия его ускорение направлено вдоль нити. При движении тела от максимально отклоненного положения к положению равновесия ускорение тела меняет свое направление.

Контрольные вопросы

1. Под действием каких сил совершает движение тело, подвешенное на нити?
2. В каких точках траектории движения тела, колеблющегося на нити, натяжение нити минимально? максимально?
3. В каких точках траектории движения тела, колеблющегося на нити, ускорение тела направлено вдоль нити? перпендикулярно нити?
4. Какая составляющая ускорения тела обращается в нуль в положении равновесия?
5. Существуют ли такие точки траектории движения тела, колеблющегося на нити, в которых ускорение тела направлено горизонтально?

Оборудование экспериментальной установки

Датчик ускорения (акселерометр) трехкоординатный:

диапазон измерений: $\pm 50 \text{ м/с}^2$;

точность измерений: $0,014 \text{ м/с}^2$.

Штатив с крепежом:

высота штатива не менее 100 см;

длина горизонтально закрепленного стержня: 10–20 см.

Груз массой 100–250 г с крючком.

Нить нерастяжимая невесомая длиной 1,2–1,5 м.

Липкая лента или двухсторонний скотч.

Параметры экспериментальной установки

Длительность проведения эксперимента

Рекомендуется провести два-три опыта при разных значениях амплитуды колебаний маятника. Весь цикл измерений может быть проведен за 3–5 мин. На обсуждение содержания эксперимента и его результатов, ответы на вопросы во время выполнения измерений и после их окончания отводится 10–30 мин.



Точность измерений

При строгом следовании рекомендациям разделов «Монтаж и настройка», «Подготовка приборов» и «Методика выполнения эксперимента» данный эксперимент позволяет измерить тангенциальную и нормальную составляющие ускорения груза с точностью до $0,02 \text{ м/с}^2$.

Техника безопасности

Во время проведения эксперимента необходимо соблюдать все правила техники безопасности, указанные для персонального компьютера как электрического оборудования.

Используемое измерительное оборудование (система сбора данных, датчик ускорения) экспериментальной установки рассчитано на питание от низковольтного напряжения, не представляющего опасности для человека.

Обеспечение наглядности результатов эксперимента

Опыт следует проводить на демонстрационном столе в месте, позволяющем обеспечить хороший обзор проведения эксперимента для каждого ученика. Для обеспечения удобства управления демонстрацией эксперимента компьютер необходимо располагать достаточно близко от установки (на расстоянии не более 1,5 м). Экран компьютера рекомендуется продублировать с помощью проектора. Для обеспечения наглядности демонстрации период колебаний тела должен составлять не менее 2 с. Соответственно длина нити (расстояние от точки подвеса до центра масс груза) должна быть не менее 1 м.

Монтаж и настройка

Датчик ускорения (акселерометр) прикрепляется с помощью липкой ленты или двухстороннего скотча к нижней поверхности груза. Акселерометр должен быть установлен так, чтобы метка на его верхней панели, обозначающая начало координат, была совмещена с вертикальной осью груза. Ось OZ, указанная на верхней панели датчика, при горизонтальном расположении груза должна быть направлена вертикально вниз. Груз подвешивается на нити, верхний конец которой привязывается к горизонтальному стержню, закрепленному на штативе. Провод датчика ускорения располагается рядом с нитью параллельно ей и фиксируется на горизонтальном стержне вблизи места закрепления нити. Перед началом демонстрации необходимо убедиться, что провод акселерометра не препятствует свободным колебаниям груза.

Подготовка приборов

Перед началом проведения эксперимента необходимо выполнить следующее:

Внимательно прочитайте инструкции, подготовьте необходимое оборудование, соберите установку в соответствии с разделом «Монтаж и настройка».

Запустите программу **SensorLab ПО**.

Подключите систему сбора данных SensorLab к компьютеру с помощью USB кабеля.

Подсоедините разъемы кабеля датчика ускорения к аналоговым входам системы сбора данных.

Методика выполнения эксперимента

Проведение измерений

Нажмите кнопку **Ноль** в разделе **Калибровка**. При этом программой записываются реперные (исходные) значения ускорения, которые неподвижный датчик измеряет в проекциях на связанные с ним координатные оси OX, OY и OZ. Эти значения будут использоваться при последующих измерениях проекций ускорения датчика на координатные оси.

Отклоните груз от положения равновесия на угол $5-7^\circ$ и отпустите его без начальной скорости.

Нажмите кнопку **Пуск** (при этом название кнопки изменится на **Стоп**).

Программа начинает измерение значений проекций a_x , a_y и a_z ускорения тела на координатные оси OX, OY и OZ датчика. На графиках **Тангенциальное ускорение– Время** и **Нормальное ускорение– Время** будут отображаться измеренные зависимости модулей тангенциальной и нормальной составляющих ускорения колеблющегося тела от времени, а также гармонические функции, аппроксимирующие эти зависимости. Рассчитанный по аппроксимации период колебаний тела выводится в поле **Период колебаний**.



Примечание. Модуль тангенциальной составляющей ускорения рассчитывается программой по формуле $a_t = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$, а за нормальную составляющую a_n принимается модуль a_z .
Остановите измерения, нажав кнопку Остановить.

Анализ результатов

Проанализируйте характер зависимостей тангенциальной и нормальной составляющей ускорения тела, совершающего колебания на нити, от времени. Обратите внимание учащихся на то, что эти зависимости периодичны, укажите на сдвиг по фазе между ними. Отметьте на графиках моменты времени, в которые составляющие ускорения максимальны, а также обращаются в нуль.

Обсудите с учащимися, каково в эти моменты времени отклонение нити от положения равновесия, а также какое значение принимает скорость груза.

Повторные измерения

Проведите один-два опыта, увеличивая угол начального отклонения тела от положения равновесия.

Справка

Принцип работы датчика ускорения (акселерометра) трехкоординатного

Трехкоординатный датчик ускорения традиционно используется для определения координат тел, перемещающихся в пространстве, например самолетов или подводных лодок.

Конструктивно датчик состоит из трех однокоординатных акселерометров с ортогонально ориентированными осями, упакованных для удобства использования в форму единой интегральной микросхемы. Каждый из этих акселерометров представляет собой микроскопическую электромеханическую систему (MEMS), состоящую из пластинки кремния с выгравированными на ее поверхности тонкими пластинами-«пальцами» микронных размеров. Эти пластины упорядочены и связаны в виде обкладок конденсатора. При ускорении пластинки кремния они начинают сгибаться, что приводит к изменению емкости конденсатора. Встроенная электронная схема преобразует движение в напряжение на выходе системы. После этого сигнал усиливается, фильтруется и поступает на выход датчика.

Поскольку у созданных из «пальцев» обкладок конденсатора есть выделенное направление, акселерометр измеряет ускорение только вдоль определенной линии. Ориентация акселерометров отмечена стрелками на поверхности датчика. Имейте это в виду, устанавливая датчик.

Акселерометр имеет высокую чувствительность, позволяя измерять ускорение менее 1 м/с^2 . Падение датчика на твердый пол с высоты даже нескольких сантиметров может привести к ускорению $100g$ и более. Помните, что акселерометр может выйти из строя при измерении ускорения свыше $1000g$. Не бросайте датчик, используйте его бережно.